Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d'un train à très haute vitesse : équation différentielle, étude de fonction et calcul intégral (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 8**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsccst.fr/assets/annales/bts-ccst/E2 - Mathématiques/2018/BTS CCST - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d'un train à très haute vitesse : équation différentielle, étude de fonction et calcul intégral

L'exercice modélise la distance parcourue par un wagon propulsé dans un tube à basse pression afin d'étudier ses caractéristiques au départ et de vérifier l'objectif de vitesse fixé par les ingénieurs. Il demande ensuite de calculer l'aire d'une pièce destinée à l'aménagement d'une gare, à partir de son graphique, de sa symétrie et d'une fonction donnée.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène (E0) : y' − 0,2y = 0.

L'équation homogène s'écrit sous la forme fournie dans l'énoncé, $y' + ay = 0$, avec $a = -0{,}2$. La formule donne donc $y(t) = k\,e^{-at}$. En remplaçant a par sa valeur, on obtient la famille de solutions sur l'intervalle demandé. La constante k est un réel quelconque.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = k\,e^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g, définie sur [0, 3] par g(t) = −15t − 75, est une solution de l'équation différentielle (E) : y' − 0,2y = 3t.

1. On dérive : $g'(t) = -15$.
2. On remplace g et g' dans le membre de gauche : $g'(t) - 0{,}2g(t) = -15 - 0{,}2(-15t - 75) = 3t$.

Le résultat est bien le membre de droite de (E), donc la fonction proposée vérifie l'équation sur $[0,3]$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est une solution de (E).

Question 3°. Déduire des solutions de l'équation homogène et de la solution particulière g l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

La solution générale de (E) est la somme d'une solution particulière et d'une solution de l'équation homogène associée. La solution particulière donnée est $g(t) = -15t - 75$, et les solutions homogènes sont $k\,e^{0,2t}$. En ajoutant ces deux expressions, on obtient toutes les solutions de (E), avec une constante réelle arbitraire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = k\,e^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'au temps t = 0 le wagon est au point de départ.

On impose $f(0) = 0$ à la solution générale. À $t = 0$, l'exponentielle vaut 1 et les termes en t s'annulent, donc $f(0) = k - 75$. La condition initiale donne $k = 75$. En reportant cette valeur dans la solution générale, on obtient la fonction distance du wagon.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions de f et de f' fournies par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le calcul formel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Comme 15 est positif, le signe de $f'(t)$ est celui de $e^{0,2t} - 1$. Pour tout t de $[0,3]$, on a $0,2t \geq 0$, donc $e^{0,2t} \geq 1$. L'égalité a lieu en $t = 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0,3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée est nulle en 0 et strictement positive sur $]0,3]$. La fonction f est donc croissante sur tout l'intervalle. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45$.

t	0	3
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	0	↗ 16,659

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à environ 16,659 km sur $[0,3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

Après une minute, la distance parcourue est $f(1)$. En utilisant l'expression de f, on obtient $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$. L'arrondi demandé est au dixième de kilomètre. Il s'agit bien de la distance parcourue, et non de la vitesse instantanée.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

1,6 km.

Question 3° a). La vitesse du wagon à l'instant t, en kilomètres par minute, correspond à f'(t). Déterminer cette vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

1. La vitesse est donnée par $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètres par minute.
2. À $t = 2$, $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$.

On arrondit cette valeur au dixième comme demandé.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

7,4 km/min.

Question 3° b). Dire si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

L'objectif est d'atteindre 400 km/h avant 2 minutes. À $t = 2$, la vitesse vaut environ $7,377 \times 60 = 442,642$ km/h, donc elle dépasse 400 km/h. La vitesse est une fonction continue et vaut 0 au départ. Elle a donc nécessairement pris la valeur 400 km/h à un instant strictement inférieur à 2 minutes.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Oui, l'objectif est atteint avant 2 minutes.

Question 4°. Parmi les trois propositions, recopier l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

> La tangente au point d'abscisse 2 a pour équation $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Or $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1)$ et $f(2) = 75(e^{0,4} - 1) - 30$. En développant, on obtient la troisième proposition.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

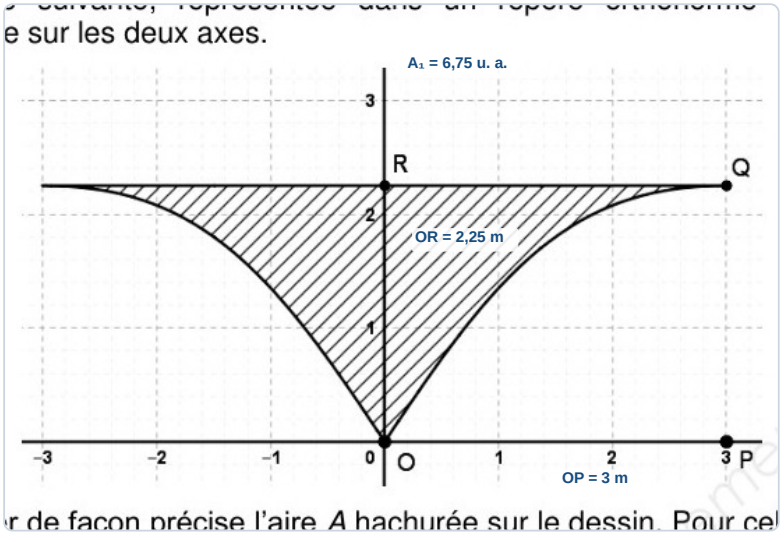
C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l’aire A1 du rectangle OPQR, en unités d’aire, en s’appuyant sur le graphique.

Le graphique donne pour le rectangle *OPQR* une largeur de 3 m, de O à P, et une hauteur de 2,25 m, de O à R. Son aire est donc le produit de ces dimensions. Parmi les réponses proposées, il faut retenir la troisième.

Dimension	Valeur lue sur le graphique
OP	3 m
OR	2,25 m
Aire du rectangle	6,75 u. a.

Dimensions et aire du rectangle OPQR



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$A_1 = 6{,}75$ u. a.

Question 2°. Calculer l’aire A2 de la région limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l’axe des abscisses et les droites d’équations x = 0 et x = 3, en exploitant la primitive fournie.

La fonction *g* est positive sur *[0,3]*, donc l’aire cherchée est son intégrale sur cet intervalle. Avec la primitive fournie, on calcule $A_2 = (27/4)[\ln(3^2 + 9) - \ln(0^2 + 9)]$. Ainsi, $A_2 = (27/4)\ln(2) \approx 4{,}678$ unités d’aire.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

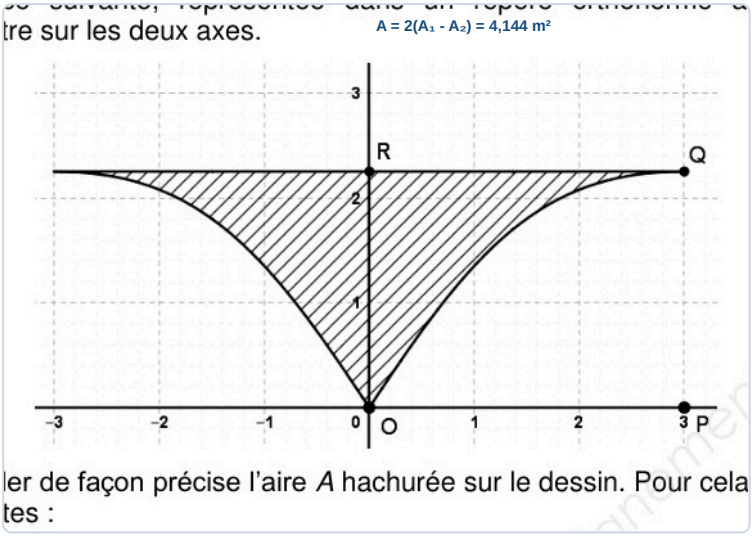
$A_2 = (27/4)\ln(2) \approx 4{,}678$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire A de la pièce hachurée, en tenant compte des données et du graphique, puis arrondir au millième.

1. Sur la moitié droite, l'aire hachurée est l'aire du rectangle moins celle sous la courbe : $A_1 - A_2$.
2. La pièce étant symétrique par rapport à l'axe des ordonnées, l'aire totale est $A = 2(A_1 - A_2)$.

En remplaçant par les valeurs calculées, on obtient l'aire de la pièce en mètres carrés, puis on arrondit au millième.

Aire totale de la pièce symétrique



✓ **RÉPONSE À RETENIR**

4,144 m².

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie deux formes d'obsolescence de smartphones, technique et logicielle, à partir d'une population de 200 appareils. Il porte ensuite sur la réparabilité d'un lot de smartphones de modèle A, puis sur un test bilatéral concernant l'opinion du public à propos de la marque B.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau d'effectifs croisant les smartphones touchés ou non par l'obsolescence technique et logicielle, avec les totaux correspondants.

Sur 200 appareils, 3 % correspondent à 6 smartphones touchés par T et 8 % à 16 touchés par L. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés par T, soit 2 appareils. On complète ensuite chaque case par différence avec les totaux de ligne et de colonne.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Effectifs : 2 touchés par T et L, 4 par T seul, 14 par L seul et 180 par aucun des deux types.

Question 2°. Pour T, l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence technique », et L, l'événement « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant L.

Les deux probabilités simples sont les proportions données directement dans l'énoncé : 3 % pour l'obsolescence technique et 8 % pour l'obsolescence logicielle. La proportion de smartphones touchés par T parmi ceux touchés par L est également indiquée directement : 12,5 %. Il s'agit donc de lire ces trois données sans autre calcul.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}030$; $P(L) = 0{,}080$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit $P(T \cap L)$.

Pour obtenir la probabilité d'être touché simultanément par les deux types d'obsolescence, on multiplie la probabilité d'être touché par L par la probabilité conditionnelle d'être touché par T sachant L. Les données de l'énoncé donnent donc directement :

$P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0{,}080 \times 0{,}125 = 0{,}010$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}010$, soit 1 %.

Question 3° b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

« Au moins l'un des deux types » correspond à l'union des événements T et L. En additionnant leurs probabilités, l'intersection est comptée deux fois ; on la retranche donc une fois pour obtenir la probabilité recherchée.

$P(T \cup L) = 0{,}030 + 0{,}080 - 0{,}010 = 0{,}100$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}100$, soit 10 %.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité conditionnelle recherchée se calcule en divisant la probabilité de l'intersection par celle de T. Avec les résultats précédents :

1. $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T)$.
2. $P_T(L) = 0{,}010 / 0{,}030 = 1/3 \approx 0{,}333$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) \approx 0{,}333$, soit 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale et déterminer ses paramètres.

Chaque prélèvement est une épreuve de Bernoulli : un smartphone est non réparable avec une probabilité constante de 0,045. Le stock est suffisamment important pour assimiler les prélèvements à des tirages avec remise, donc les épreuves sont indépendantes et identiques. X compte les smartphones non réparables parmi les 50 appareils.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$: $X \sim B(50 ; 0{,}045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que tous les smartphones d'un lot de 50 soient réparables.

Le lot est entièrement réparable lorsque X = 0. Pour un smartphone, la probabilité d'être réparable est le complément de 0,045, soit 0,955. Les prélèvements étant indépendants, la probabilité que les 50 smartphones soient tous réparables est :

$P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est environ 0,100, soit 10,0 %.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme, puis compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de la somme S pour i allant de 0 à 3.

À chaque passage, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente. Les probabilités et les sommes cumulées sont arrondies au millième, comme demandé pour cet exercice.

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> Pour i = 0, 1, 2 et 3, les sommes cumulées S valent respectivement 0,100 ; 0,336 ; 0,608 et 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

L'algorithme additionne les probabilités pour i = 0, 1, 2 et 3. Sa somme finale est donc la probabilité qu'un lot comporte au plus trois smartphones non réparables. Arrondie au millième, elle vaut 0,813 ; sur un grand nombre de lots, environ 81,3 % en comporteraient au plus trois.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> S = P(X ≤ 3) ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus trois appareils non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat dans le contexte.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est le produit n × p. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Cela signifie que, si l'on répétait un grand nombre de fois le prélèvement de lots de 50 smartphones, chacun compterait en moyenne 2,25 appareils non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir parmi les trois propositions la valeur de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Sous H_0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central contenant 95 % des valeurs s'étend approximativement de 1,96 écarts types de part et d'autre de la moyenne. Ainsi, h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252, soit 0,07 au centième. La proposition correspondante est 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

h ≈ 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Le test est bilatéral au seuil de 5 %. Avec la valeur de h arrondie au centième, la zone de conservation de H_0 est l'intervalle centré sur 0,55 et de demi-largeur 0,07. Une fréquence observée hors de cet intervalle conduit au rejet de H_0.

- Ne pas rejeter H_0 si 0,48 ≤ f ≤ 0,62.
- Rejeter H_0 si f < 0,48 ou f > 0,62.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si 0,48 ≤ f ≤ 0,62 ; sinon, rejeter H_0.

Question 3°. Pour l'échantillon de 180 personnes interrogées, dont 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée, donner la conclusion du test.

La fréquence observée dans l'échantillon est f = 76/180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne basse 0,48 de l'intervalle de conservation de H_0. Elle appartient donc à la région de rejet du test bilatéral au seuil de 5 % : les données de l'échantillon ne confirment pas la proportion annoncée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f ≈ 0,422 < 0,48 : on rejette H_0.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, durée 2 heures, coefficient variable selon la spécialité, de 1 à 3. Le sujet étudie le départ d'un wagon à propulsion électromagnétique et l'obsolescence des smartphones. Il évalue équations différentielles, étude de fonctions, calcul intégral, probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions d'une équation différentielle linéaire sont la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- La dérivée d'une distance par rapport au temps donne la vitesse ; vérifier les unités avant toute comparaison ou conversion.
- Si X suit une loi binomiale B(n, p), alors P(X = k) = C(n, k)p^k(1 − p)^(n − k) et E(X) = np.
- P(A sachant B) = P(A ∩ B)/P(B) ; P(A ∪ B) = P(A) + P(B) − P(A ∩ B).

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter l'intervalle d'étude et préciser les bornes lors de l'étude des solutions ou des variations.
- Comparer les vitesses dans des unités cohérentes : 400 km/h équivaut à 400/60 km/min.
- Dans un tableau à double entrée, contrôler la cohérence des effectifs par ligne, par colonne et pour le total.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de décision et conclure dans le contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment reconnaître et paramétrer une loi binomiale dans cet exercice ?

Il faut un nombre fixe de répétitions, deux issues possibles, une probabilité constante et des tirages indépendants. Ici, le prélèvement de 50 appareils est assimilé à des tirages avec remise ; la probabilité d'un appareil non réparable est 0,045.

Q : Comment calculer l'aire hachurée à partir de la fonction g ?

Calculer l'intégrale de g entre 0 et 3 pour obtenir l'aire sous la courbe sur la moitié droite. La combiner avec l'aire correspondante du rectangle, puis utiliser la symétrie de la pièce par rapport à l'axe des ordonnées.

Q : Comment organiser son temps dans cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et leurs parties sont indépendantes. Répartir le temps entre les exercices, commencer par les questions accessibles et réserver quelques minutes au contrôle des calculs, des unités, des arrondis et des réponses aux QCM.

Q : Qu'attend le jury pour la conclusion du test d'hypothèse ?

Appliquer la règle de décision au seuil de 5 % à la fréquence observée, puis conclure dans le contexte. Indiquer si les données conduisent à rejeter H0 ou ne permettent pas de la rejeter, sans prétendre prouver H0.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsccst.fr/assets/annales/bts-ccst/E2 - Mathématiques/2018/BTS CCST - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Conseil et Commercialisation de Solutions Techniques : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.